Londyn, 12 lutego 2018

Dr Andrzej Tarczyński
Faculty of Science and Technology
University of Westminster
115 New Cavendish Street
London W1W 6UW, UK

Recenzja

rozprawy doktorskiej mgr inż. Dominika Rzepki nt.

„Rekonstrukcja Sygnałów Próbkowanych Poniżej Częstotliwości Nyquista z Wykorzystaniem Próbkowania Wyzwalanego Zdarzeniami”.

1. OGÓLNY KOMENTARZ

Powyższa praca ma formę 140-stronicowego raportu napisanego w języku angielskim. Strona tytułowa, podziękowania i streszczenie pracy są również zamieszczone w wersji polskiej. Praca zawiera sześć rozdziałów.

Dominującym tematem rozprawy są wybrane aspekty teoretyczne i praktyczne związane z budową algorytmów, których celem jest rekonstrukcja sygnałów próbkowanych nierównomiernie. Głównym uzasadnieniem wyboru próbkowania nierównomiernego jest scenariusz, w którym sygnały są próbkowane jedynie w momentach, kiedy zachodzą specyficzne zdarzenia, np. sygnał przekracza w górę lub dół jedną z określonych wartości. Założenie o takim wyborze chwil próbkowania jest wykorzystywane w rozdziałach od czwartego do szóstego, gdzie informacja ta jest bezpośrednio wbudowana w algorytmy rekonstrukcji sygnałów lub szacowania szerokości ich widma. We wcześniejszych częściach pracy założenie to nie odgrywa istotnej roli. Prezentowane tam wyniki można traktować, że zostały wyprowadzone dla sygnałów próbkowanych w dowolnie wybranych chwilach czasowych albo w momentach rozłożonych nierównomiernie, ale spełniających pewne ograniczenia.

Rozdział pierwszy zawiera wprowadzenie do tematu rozprawy jak również wylicza wkład autora do wiedzy. Wkład ten można podzielić na dwie grupy: usystematyzowanie wybranych aspektów wiedzy odnoszącej się do tematyki doktoratu oraz odkrycie nowych, nieznanych wcześniej faktów. Autor podaje dziesięć takich osiągnięć. Poniżej przedstawiam ich listę w nieco uproszczonej formie:

i. Ujednolicenie opisu systemów z próbkowaniem sygnału wyzwalanym zdarzeniami;
ii. Przegląd metod rekonstrukcji sygnałów próbkowanych nierównomiernie;
iii. Zaproponowanie nowej metody rekonstrukcji sygnałów ze skończonej liczby próbek za pomocą funkcji Slepiana;
iv. Zaobserwowanie, że przy próbkowaniu wyzwalanym zdarzeniami, brak nowych próbek sygnału również niesie informację, mianowicie o tym, że sygnał nie spełnia warunku do wyzwolenia kolejnego zdarzenia. Ta informacja (nazwana informacją pośrednią) może być praktycznie wykorzystana do ograniczenia klasy sygnałów spełniających wymogi rekonstrukcji;
v. Zaproponowanie czterech algorytmów wykorzystujących informację pośrednią do rekonstrukcji sygnałów;

vi. Zbadanie związków pomiędzy szerokością widma sygnału a ilością przecięć przez ten sygnał określonych poziomów;
vii. Uogólnienie formuły Rice'a na klasę sygnałów otrzymanych z nieliniowej transformacji amplitudy;
viii. Wprowadzenie dwóch metod do szacowania szerokości widma sygnału – metodę najmniejszych kwadratów i metody ilorazu (ratio) osiągających lepsze wyniki niż istniejąca metoda TEL (Total Excursion Length);
ix. Uogólnienie formuły Rice'a na klasę sygnałów niestacjonarnych;
x. Wykorzystanie metod szacowania szerokości widma do rekonstrukcji sygnałów ze zmienną szerokością widma.

W rozdziale tym autor przedstawia również listę swoich publikacji naukowych, związanych z tematyką doktoratu.

Rozdział drugi, zatytułowany „Fundamentals of event-triggered sampling and reconstruction at sub-Nyquist rates" porusza dwa tematy. Jego pierwsza część stanowi krótki przegląd metod próbkowania wyzwalanego zdarzeniami. Autor podjął próbę zdefiniowania jednorodnego opisu obejmującego sytuacje, w których próbki zbierane są tylko wtedy, gdy sygnał lub jego transformata przecina jedną z wartości należących do wcześniej zdefiniowanego zbioru zawierającego skończoną liczbę elementów. Autor przedstawia argumenty, że ten sposób opisu, uogólnia wiele metod, włączając próbkowanie w momentach osiągania przez sygnał extremum, albo gdy sygnał jest mierzony po przemnożeniu go przez znaną funkcję.

W drugiej części rozdziału autor opisuje trzy przypadki, kiedy istnieje możliwość idealnego zrekonstruowania sygnałów pomimo próbkowania ich poniżej częstotliwości Nyquista. Dwie pierwsze metody są znane od dawna w literaturze naukowej. Obejmują one przypadki, kiedy widmo sygnału nie zajmuje w pełni przestrzeni poniżej częstotliwości Nyquista oraz klasę sygnałów znanych jako Finite Rate of Innovation. Trzeci przypadek, nie wspominany wcześniej w literaturze, to sygnały ze zmieniającą się szerokością widma. Tego typu sygnały są badane przez autora w rozdziałach piątym i szóstym. Chociaż rozumiem motywację autora by wymienić tę klasę sygnałów w tej części pracy, nie w pełni zgadzam się, że ten przypadek jest podobnej natury do dwóch wcześniejszych. Po pierwsze, sygnały ze zmieniającym się pasmem przenoszenia nie są jednoznacznie zdefiniowane i klasyfikacja ta jest w dużym stopniu subiektywna. Po drugie, pomijając specjalnie dobrane szczególne przypadki, dla takich sygnałów nie istnieją metody idealnej rekonstrukcji, nawet jeśli zgromadzi się nieskończoną liczbę próbek. Dlatego klasyfikacja ich jak i przetwarzanie cyfrowe wymagają podejść heurystycznych dających rozwiązania przybliżone. Ta cecha odróżnia trzecią klasę sygnałów od dwóch pierwszych, dla których problem rekonstrukcji można rozwiązać w sposób dokładny.

Pomimo, że tytuł rozdziału sugeruje, że będzie on zawierał podstawy rekonstruowania sygnału temat ten nie jest poruszony w tej części pracy.

Rozdział trzeci poświęcony jest przeglądowi metod rekonstruowania sygnałów z uogólnionych próbek. Rozdział zaczyna się od analizy przypadków wyidealizowanych, w tym sensie, że próbki sygnałów zbierane są na całej osi czasu od minus do plus nieskończoności, z gęstością pozwalającą na dokładne zrekonstruowanie sygnału. W tym rozdziale autor przedstawia z matematyczną elegancją sposoby próbkowania sygnałów (lub ich transformat) i wykorzystania tych próbek do rekonstrukcji. Do opisu używane są operatory liniowe pozwalające na zwięzły i precyzyjny opis dyskutowanych metod. Problem rekonstrukcji sprowadzony jest do znajdowania i użycia operatorów odwrotnych lub pseudoodwrotnych do operatora próbkowania.

Na stronie dwudziestej trzeciej, autor podjął próbę sformułowania warunku koniecznego (3.17) i wystarczającego (3.16) określających przy jakich sposobach zbierania próbek możliwe jest dokładne zrekonstruowanie sygnału. Moim zdaniem dyskusję na temat tych warunków należałoby uściślić.

a) Jeśli (3.16) jest warunkiem wystarczającym a (3.17) koniecznym to warunek (3.17) powinien wynikać z (3.16). Moim zdaniem tak nie jest.
b) Jeśli (3.16) jest warunkiem wystarczającym, ale nie jest koniecznym, wówczas wniosek wyciągnięty z dyskusji poniżej (3.17), że próbki sygnału nie mogą być zgrupowane w czasie, nie jest prawidłowo uzasadniony, bowiem warunek (3.16) został potraktowany jako konieczny.
c) Warunki (3.16) i (3.17) podane są bez dowodu ani ścisłego wyjaśnienia jak należy je interpretować. Brakuje również jednoznacznego odniesienia do literatury naukowej.

Wprowadzona metodologia opisu próbkowania i rekonstruowania sygnałów jest następnie zilustrowana dwoma przykładami. Pierwszy, wykorzystuje klasyczne próbkowanie równomierne spełniające warunek Nyquista. Autor pokazuje, że konstruując operator odwrotny dwoma różnymi metodami rekonstrukcję sygnału można osiągnąć zarówno poprzez interpolację Shannona jak i interpolację Lagrange'a. Drugi przykład rozwiązuje problem rekonstruowania sygnałów okresowych o ograniczonym widmie.

W dalszej części rozdziału trzeciego autor koncentruje się na przypadkach mających znaczenie praktyczne, gdzie rekonstrukcja sygnału odbywa się na podstawie skończonej liczby próbek. W takich sytuacjach, dokładne rozwiązanie problemu rekonstrukcji nie jest możliwe, gdyż istnieje wiele sygnałów posiadających tę samą szerokość widma co przetwarzany sygnał, których próbki są identyczne z tymi które zostały zebrane z pomiarów. Autor przytacza metodę Yen'a, która spośród wszystkich możliwych rozwiązań problemu rekonstrukcji sygnału wybiera to o najmniejszej energii.

Ponieważ praktycznie każda metoda zrekonstruowania sygnału ze skończonej liczby próbek sprowadza się do odwracania macierzy, autor dyskutuje, które czynniki wpływają na pracochłonność obliczeń, wrażliwość numeryczną i zminimalizowanie efektu błędu pochodzącego z niedokładnych pomiarów próbek sygnału. Przytaczane w tej części pracy wyniki są znane z literatury naukowej.

Autor rozpatruje tu również przypadek, gdy obserwowany sygnał jest procesem stacjonarnym zakłócanym przez inny proces stacjonarny, gdzie dla obu procesów znane są funkcje autokorelacji. Dla takiej sytuacji formułuje rozwiązanie minimalizujące średni kwadrat błędu. Komentarz, po równaniu (3.87) jak również rozwiązanie (3.88) wymagają korekty. Dyskutowana funkcja $R_q[n]$ jest funkcją autokorelacji a nie gęstością widmową mocy sygnału. Ponadto, błędem jest założenie, że funkcja ta jest zależna wyłącznie od różnicy numerów próbek n. Takie stwierdzenie jest prawdziwe jedynie przy równomiernym próbkowaniu, ale w ogólnym przypadku, rozpatrywanym w tej pracy jest nieprawdziwe.

Następnie autor opisuje proponowaną przez siebie metodę rekonstruowania sygnału przy użyciu pojedynczej funkcji Slepiana. Przeprowadza on dowód, że zerowe funkcje Slepiana przesunięte w czasie o $\frac{\pi}{\Omega}n$, gdzie Ω rad s^{-1} jest szerokością widma przetwarzanego sygnału, a n liczbą całkowitą, stanowią bazę dla przestrzeni sygnałów B_Ω (z ograniczonym widmem). Następnie argumentuje on, że macierz, którą należy odwrócić w celu zrekonstruowania sygnału przy użyciu tych funkcji jest macierzą wstęgową. Z tego względu, odwrócenie jej wymaga dużo mniejszych nakładów numerycznych, niż miałoby to miejsce w ogólnym przypadku. Atrakcyjność proponowanego podejścia jest częściowo osłabiona komentarzem na stronie czterdziestej czwartej, że wymagane jest, aby chwile próbkowania nie zawierały dużych odstępów. Idea zastąpienia funkcji $sinc$ funkcjami

Slepiana jest interesująca i stanowi jedną z ważniejszych kontrybucji autora w tej rozprawie. Dlatego, odczuwam pewien niedosyt, że temat ten nie został bardziej zgłębiony.

a) Argumentacja, że macierz rekonstrukcji sygnału jest macierzą wstęgową oparta jest na prezentacji rysunku (3.13). Autor nie wyjaśnił jak macierze rekonstrukcji zostały dobrane. Jak wiadomo, zależą one od doboru chwil próbkowania i od funkcji użytych do interpolacji. Z tych dwóch elementów tylko ostatni jest częściowo opisany w pracy. Autor nie przedstawił równań opisujących trzy modele sygnału, których współczynniki powinny być obliczone w celu przeprowadzenia rekonstrukcji.
b) Rysunek (3.13) został sporządzony dla $\tau = 5$ i $\Omega = \pi$. Nie ma żadnego dowodu, ani nawet komentarza, że wniosek pozostaje nie zmieniony, gdy $\Omega\tau \neq 5\pi$.
c) Równanie (3.104) może być wykorzystane do doboru wystarczająco dużego parametru τ tak aby odstępy pomiędzy próbkami sygnału nie powodowały problemów numerycznych. Jak wpływa to na wstęgowość macierzy rekonstrukcji?
d) Komentarze na temat numerycznych problemów opisanych w rozdziale 3.5.3.3 są słabo uzasadnione. Jak kłopoty numeryczne porównują się z innymi metodami opisanymi w rozdziale trzecim, np. rekonstrukcją minimalno-energetyczną?
e) Istnieją artykuły w literatura naukowa używające funkcje Slepiana do rekonstrukcji sygnału. Jak proponowane przez autora rozwiązanie odnosi się do tych prac? Przedstawione analizy nie zawierają porównań z istniejącymi rozwiązaniami ani komentarzy na ten temat.

Ostatnia metoda opisana w rozdziale trzecim nawiązuje do rekonstrukcji sygnału z próbek sygnału i jego pochodnych.

Podsumowując rozdział trzeci mogę stwierdzić, że zawiera on wiele eleganckich opisów próbkowania i rekonstrukcji sygnałów. Główna kontrybucja autora – rekonstrukcja sygnałów z użyciem zerowej funkcji Slepiana stanowi interesującą ideę. Prezentacja tego rozdziału zyskałaby na przejrzystości, gdyby jego wstęp zapoznawałby czytelnika z planami autora i ich uzasadnieniem. Nadal nie jestem pewien, czym kierował się autor wybierając metody opisane w tym rozdziale. Rekonstrukcja sygnałów stacjonarnych wydaje się nie do końca pasować do pozostałych metod opisanych w tej części pracy. Podobnie, nie do końca jest jasny cel rozdziału 3.5.4 na temat rekonstrukcji sygnału z użyciem próbek pochodnych. Brakuje natomiast opisów metod rekonstrukcji sygnałów przy użyciu funkcji Slepiana, które miałyby silny związek z wynikami własnymi autora. Jeśli dobór tematów ma głębsze uzasadnienie to powinno się ono znaleźć na początku rozdziału.

Rozdział czwarty poświęcony jest rekonstrukcji sygnałów z wykorzystaniem informacji pośredniej. W tym przypadku rekonstrukcja sygnału sprowadzona jest do rozwiązania problemu, w którym obok narzuconej szerokości widma sygnału i równań opisujących wartość sygnału w chwilach próbkowania, obecne są nierówności ograniczające sygnał pomiędzy chwilami próbkowania. Zgodnie z oczekiwaniami zagadnienie to nie daje się rozwiązać w sposób analityczny. Autor proponuje metody numeryczne, które iteracyjnie zbliżają się do rozwiązania spełniającego zadane warunki, albo wyliczają rozwiązanie przybliżone, które w pewnym zakresie łamie nałożone wymagania. Proponowane są cztery metody rozwiązania tego problemu

A. Rzutowanie na zbiory wypukłe.

Autor zauważa, że poszukiwany sygnał należy do zbioru będącego przecięciem dwóch zbiorów wypukłych. Pierwszy to zbiór sygnałów spełniających ograniczenia nierównościowe, drugi to zbiór sygnałów o ograniczonym widmie. Argumentuje on, że jeśli wybrany sygnał początkowy będzie na zmianę rzutowany na każdy z tych zbiorów to iteracyjnie zbiegnie on do punktu należącego do przecięcia obu zbiorów. Argument ten poparty jest rysunkiem 4.5. Chociaż stwierdzenie autora jest słuszne, w pracy doktorskiej należałoby użyć dowodu matematycznego albo odwołać się do literatury. Rysunek 4.5 można pozostawić jako ilustrację wspierającą intuicję na ten temat. Autor zauważa, że zaproponowana metoda jest trudna w implementacji a ponadto powoli zbiega.

B. Jednokrotne rzutowanie na przecięcie obu zbiorów.

Metoda ta polega na skonstruowaniu sygnału spełniającego ograniczenia nierównościowe i użyciu go do znalezienia podobnego do niego sygnału o ograniczonym widmie spełniającego ograniczenia równościowe. Rozwiązanie to jest mniej pracochłonne w implementacji i użyciu niż poprzednia metoda, ale otrzymane wyniki zadowalają warunki rekonstrukcji tylko w przybliżeniu. Autor proponuje drobne usprawnienia wzmacniające odporność numeryczną tego podejścia. Ponadto poświęca sporo uwagi skonstruowaniu pierwszego sygnału tak aby zminimalizować błędy rekonstrukcji. Zaproponowana tu metoda jest nowatorska i, jeśli jest prawidłowo użyta, może dać bardzo dobre rozwiązania.

Pozostałe dwie metody proponowane w tym rozdziale zastępują ciągłe ograniczenia nierównościowe rekonstruowanego sygnału dyskretnymi. Rozwiązanie problemu rekonstrukcji polega teraz na znalezieniu sygnału o najmniejszej energii, z ograniczoną szerokością widma i spełniającym wszystkie ograniczenia równościowe i nierównościowe.

C. Programowanie kwadratowe

Metoda ta traktuje tak sformułowany problem rekonstrukcji jak klasyczne zadanie optymalizacyjne. Niestety otrzymane tu wyniki nie są tak dobre jak przy użyciu innych metod.

D. Regresja Gaussowska z atraktorami

W tej metodzie ograniczenia nierównościowe traktowane są jako atraktory, gdzie zrekonstruowany sygnał ma osiągnąć pewne wartości, ale dopuszczane są odchylenia. Metoda ta daje wyniki o zbliżonej jakości do dwóch początkowych metod.

Z tych czterech metod, jednokrotne rzutowanie wymaga najmniejszych nakładów obliczeń. Jak wspomniałem wcześniej, programowanie kwadratowe okazało się być najsłabszą metodą.

Rozdział czwarty stanowi bardzo intersujący i ważny wkład autora do teorii i praktyki rekonstrukcji sygnałów z użyciem informacji pośredniej. Proponowane algorytmy są nowatorskie. Jeden z nich jest przedmiotem patentu.

Głównym problemem poruszonym w **rozdziale piątym** jest rekonstrukcja sygnałów, dla których szerokość widma jest nieznana i zmieniająca się w czasie. Samo sformułowanie problemu jest niejednoznaczne i wskazuje, że zaproponowane tu rozwiązania będą miały element heurystyczny, oraz będzie im brakować matematycznej precyzji charakteryzujących klasyczne problemy próbkowania i rekonstrukcji sygnałów. W rozdziale tym autor odchodzi od badania sygnałów o skończonej energii i skupia się wyłącznie na procesach stochastycznych. Zmiana ta powinna być lepiej zaadresowana w tej rozprawie, chociażby poprzez wyjaśnienie jak metody rekonstrukcji sygnałów opisane w poprzednich częściach pracy odnoszą się do sygnałów stochastycznych. Alternatywnym rozwiązaniem byłoby analizowanie metod opisanych w rozdziałach od drugiego do czwartego w kontekście zarówno sygnałów o skończonej energii jak i procesów stochastycznych. Powyższy komentarz nie podważa wyników prezentowanych w tym rozdziale. Chodzi tu bardziej o ścisłość i ciągłość prezentacji oraz unikania nieoczekiwanych zmian założeń przy których prowadzone są analizy.

W pierwszej części rozdziału piątego autor opisuje związki pomiędzy szerokością widma sygnału a częstotliwością przecięć określonych poziomów przez ten sygnał. Związki te nie są jednoznaczne. Formuła Rice'a daje odpowiedź wyłącznie dla Gaussowskich, procesów stacjonarnych. Dodatkowo związek ten pozwala jedynie mierzyć tzw. średnią szerokość widma, stanowiącą dolne oszacowanie tradycyjnie rozumianej szerokości widma. Autor podjął próbę uogólnienia formuły Rice'a na nieliniowo zniekształcone procesy Gaussowskie. Ponieważ proponowane rozwiązanie wymaga znajomości funkcji zniekształcającej, ma ono ograniczone zastosowanie praktyczne i wydaje się nie być używane w dalszej części pracy. Następnie, autor wprowadza jeszcze jedną miarę szerokości widma. Nazywa ją szerokością mocy sygnału. Jest ona zdefiniowana jako szerokość pasma, zawierającego określony, duży procent (np. 99%) mocy sygnału. Szerokość ta jest bliższa tradycyjnej szerokości widma niż średnia szerokość. Autor wyprowadza przybliżone relacje pomiędzy średnią szerokością widma, a szerokością mocy sygnału. To pozwala autorowi skupić się w dalszej części pracy na użyciu przecięć poziomów do pomiaru średniej szerokości widma a następnie oszacowaniu szerokości mocy.

Rozdział piąty zawiera opis trzech metod mierzenia średniej szerokości widma: metoda najmniejszych kwadratów (MNK), również w wersji ważonej, TEL (Total Excursion Length) oraz metoda ilorazu (Ratio). Opisane algorytmy są trudne do porównania w sposób teoretyczny. Autor używa symulacji, aby ocenić ich przydatność. Porównanie jest zrobione dla trzech przypadków, gdzie sygnał jest (a) skupiony w dolnych rejonach częstotliwości, (b) rozłożony równomiernie w określonym przedziale i wreszcie (c) skoncentrowany w górnych rejonach tego przedziału. Metoda TEL osiągnęła najlepsze wyniki we wszystkich trzech przypadkach. Z pozostałych metod, najlepsza była ważona MNK, choć autor nie wyjaśnił jak w tym przypadku dobrane były wagi, a najgorsza metoda ilorazu.

Następnie autor bada możliwość szacowania szerokości widma, gdy szerokość ta zmienia się w czasie. Pierwszy problem, który tu się pojawia związany jest z wybraniem odpowiedniego matematycznego modelu reprezentującego sygnał o zmieniającym się widmie. Autor zdecydował się na reprezentowanie sygnału w formie złożenia dwóch funkcji: monotonicznie rosnącej $\zeta(t)$ reprezentującą nieregularnie biegnący czas oraz sygnału $x(t)$ o ograniczonym widmie: $y(t) = x\big(\zeta(t)\big)$. Autor nie dyskutuje w swojej pracy jak szeroką gamę sygnałów można reprezentować za pomocą tego modelu. Zaleta proponowanego podejścia to możliwość napisania równania syntezującego sygnał $y(t)$ w formie podobnej do rekonstrukcji Shannona.

W podrozdziale 5.4.3 autor próbuje wychwycić zależności pomiędzy częstością przecinania poziomów przez badany sygnał a chwilową szerokością jego widma. Niektóre wyniki jak np. równanie (5.97) łącznie z definicją $\lambda(t)$ podane są bez dowodu ani uzasadnienia. Inne wyniki, takie jak (5.98) i (5.99) uzasadnione są bardzo pobieżnie.

Następnie autor przechodzi do wypracowania metod oceny szerokości widma, gdzie szerokość ta zmienia się w czasie. Pojawia się tu założenie, wcześniej nie wspomniane i nie skomentowane, że szerokość mocy sygnału $\Omega_{\mathrm{p}}(t)$, średnia szerokość widma $\gamma(t)$ oraz gęstości przecięć $\lambda_l(t)$ poziomów θ_l aczkolwiek zmienne w czasie są sygnałami o ograniczonym widmie. W związku z tym mogą być zsyntezowane ze swoich wartości zebranych z częstotliwością spełniającą warunek Nyquista. Autor pokazuje, jak wykorzystać chwile próbkowania przetwarzanego sygnału do odtworzenia $\lambda_l(t)$. Następnie sugeruje by spróbkować $\lambda_l(t)$ równomiernie i wykorzystać próbki $\lambda_l[m]$ to wyliczenia $\gamma[m]$. Sugeruje tu użycie wcześniej opisanych metod szacowania średniej szerokości widma. Domyślam się, chociaż nie jest to bezpośrednio podane w rozprawie, że w tym celu należy zastąpić średnią ilość przecięć $N_T(\theta_l)/T$ poprzez $\lambda_l[m]$. Skonstruowane w ten sposób próbki $\gamma[m]$ są użyte do syntezy $\gamma(t)$.

Proponowana metoda oceny szerokości pasma może łatwo prowadzić do nieoczekiwanych estymacji, np. ujemnej szerokości widma. Dodatkowe problemy pojawiają się, jeśli niestacjonarny proces stochastyczny ma lokalnie niezerową wartością oczekiwaną. Autor proponuje rozwiązania ad-hoc, które oparte są w dużym stopniu na intuicji niż na rygorystycznym dowodzie. Np. proponowana przez niego metoda szacowania wartości średniej procesu stochastycznego (5.110) i (5.111) nie będzie działać, jeśli sygnał jest monitorowany na jednym poziomie ($L = 1$). Jeśli poziomów jest więcej to skuteczność proponowanego rozwiązania zależy od tego jak te poziomy są rozłożone. W symulacjach proponowanego systemu poziomy te zostały rozłożone symetrycznie wokół zera i metoda usuwania lokalnie niezerowej średniej sygnału dała pożądany efekt zmniejszając niektóre składniki błędu nawet o ok 50%. Prezentowane wyniki symulacji w tej części pracy pokazują, że, zgodnie z intuicją, dokładność pomiaru szerokości widma rośnie wraz z obniżaniem się tempa zmian tego widma.

Ostatnim elementem tej pracy jest próba połączenia metody szacowania szerokości zmieniającego się widma na podstawie częstości przecinania poziomów z metodami wykorzystującymi informację pośrednią z próbkowania wyzwalanego zdarzeniami. Metody te zostały sprawdzone za pomocą symulacji. Przedstawione wyniki zostały wypracowane głównie za pomocą jednokrotnego rzutowania na zbiory wypukłe.

Rozdział szósty przedstawia główne wnioski z przeprowadzonych badań, jak również wizję dalszych prac w tej tematyce.

2. GŁÓWNE OSIĄGNIĘCIA

Przedstawiona praca porusza interesującą tematykę rekonstrukcji sygnałów, których próbkowanie było wyzwalane zdarzeniami, w tym przypadku przecinaniem przez sygnał określonych poziomów. Autor przedstawił rozwiązania dla różnych scenariuszy. Ich indywidualna przydatość do rozwiązywania praktycznych problemów jest zależna od tego co z góry jest wiadome na temat przetwarzanych sygnałów. Zbudowane przez niego algorytmy są nowatorskie i zawierają cenny wkład do dziedziny cyfrowego przetwarzania sygnałów. Autor użył właściwych metod badawczych, łącząc teoretyczne analizy z komputerową symulacją i interpretacją wyników. Rezultaty swoich badań opublikował w dwunastu artykułach – dwa z nich w czołowych pismach naukowych.

3. UWAGI KRYTYCZNE

W pierwszej części recenzji wyrażałem uwagi krytyczne odnoszące się do specyficznych rozdziałów i miejsc. Teraz koncentruję się na uwagach ogólnych, odnoszących się do całej pracy.

Pomimo, że tytuł rozprawy zawiera stwierdzenie, że sygnały będą próbkowanie poniżej częstotliwości Nyquista, w całej pracy nie ma dowodu, że tak wolne próbkowanie ma miejsce. Osobiście nie jestem przekonany, że efekt wolnego próbkowania został osiągnięty. Np., jeśli sinusoida $\sin(\omega t)$ jest próbkowana, w chwilach przecięcia poziomów $\pm\Delta$, gdzie $0 < \Delta < 1$ to średnia częstotliwość próbkowania będzie $f_s = \frac{2\omega}{\pi}$, a więc dwa razy większa niż minimum wymagane przez twierdzenie Shannona-Kotielnikowa.

Praca nie zawiera spisu symboli i oznaczeń użytych w jej tekście. Powoduje to trudności z czytaniem i rozumieniem tekstu, zwłaszcza jeśli to się robi etapami z dłuższymi przerwami.

Niektóre z analiz przedstawiane są dla sygnałów o skończonej energii, inne dla sygnałów o skończonej mocy. Wyniki dla pierwszej grupy są czasami przenoszone na drugą bez żadnego komentarza. Daje to poczucie pewnego chaosu i braku rygoru. Nie odnoszę wrażenia, że ten styl doprowadził do „przemycenia" nieprawidłowych wyników, ale mocno zakłócił on matematyczną elegancję tej pracy, którą dostrzegłem i doceniłem czytając początkowe rozdziały.

W pierwszym rozdziale, gdzie autor wylicza swoje osiągnięcia, stwierdza on (osiągnięcie ósme), że proponowane przez niego metody szacowania widma sygnału są lepsze od istniejącej metody TEL. Badania własne autora zdają się zaprzeczać tej tezie. Na przykład rysunek 5.8 wyraźnie udowadnia wyższość metody TEL nad rozwiązaniami proponowanymi przez autora.

Praca zawiera szereg błędów językowych, drobnych pomyłek i nieścisłości. Nie negują one w żadnym stopniu ewidentnych osiągnięć naukowych autora. Ich listę wraz z sugerowanymi poprawkami postaram się przekazać bezpośrednio autorowi.

4. KOŃCOWA OCENA.

Uważam, że przedstawiona do recenzji praca doktorska pana Dominika Rzepki spełnia wymagania określone w ustawie z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz stopniach i tytule w zakresie sztuki. Wnioskuję o dopuszczenie tej pracy do publicznej obrony.

A. Tarczyński

Andrzej Tarczyński